



Aus dem zweiten Rechenbuch des Rechenmeisters Adam Ries stammt die Aufgabe vom „Vihekauff“:

Einer hat 100 Gulden und möchte dafür 100 Tiere kaufen: Ochsen, Schweine, Kälber und Ziegen. Ein Ochse kostet 4 Gulden, ein Schwein $1\frac{1}{2}$ Gulden, ein Kalb $\frac{1}{2}$ Gulden und eine Ziege $\frac{1}{4}$ Gulden. Wie viele Tiere von jeder Art erhält er für die 100 Gulden?

Die Aufgabe hat viele Lösungen. Aber diese zu finden ist nicht einfach. Ein Einstieg mit kleineren Zahlen oder lockereren Bedingungen empfiehlt sich darum:

- 10 Tiere für 10 Gulden, 20 Tiere für 20 Gulden,...
- Nicht von allen Tiersorten kaufen.

Z

U1

Suche Lösungen für vereinfachte Varianten (10 für 10,..., nicht alle Tiersorten).

U2

Stelle deine Lösungen in diesem Modell dar. Ein Gulden entspricht einem Quadrat.

Stelle auch Käufe von Tieren aller Sorten für 10 Gulden dar, die das Problem nicht lösen (wie das Beispiel rechts).

Stelle auch Käufe von 10 Tieren aller Sorten dar, die das Problem nicht lösen, weil der Preis nicht 10 Gulden beträgt.

10 Gulden

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Ochse	 Schwein	 Kalb	 Ziege
4 Gulden	$1\frac{1}{2}$ G.	$\frac{1}{2}$ G.	$\frac{1}{4}$ G.



12 Tiere für 10 Gulden: Keine Lösung des Problems („Unlösung“).

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

O1

Suche Lösungen für die Originalaufgabe von Adam Ries. Dabei können dir Lösungen von vereinfachten Varianten und „Unlösungen“ helfen.

O2

Bestimme für die vier Tiersorten andere Preise, mit denen die Aufgabe auch lösbar ist, und gib eine Lösung an.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

	Beurteilte Tätigkeiten	Kriterien zum Erfüllen der Aufgabe
Z	Einfache Diophantische Gleichungen lösen.	Du findest zwei Lösungen für vereinfachte Varianten.
U1	Einfache Diophantische Gleichungen lösen.	Du findest vier Lösungen für vereinfachte Varianten.
U2	Ein grafisches Modell zum experimentellen Lösen solcher Gleichungen anwenden.	Du zeichnest mindestens zwei Lösungen für vereinfachte Varianten sowie zwei „Unlösungen“ (ein Beispiel mit 10 Tieren aller Sorten und ein Beispiel mit allen Tiersorten für 10 Gulden).
O1	Ein Diophantisches Problem lösen.	Du findest eine Lösung für die Aufgabe „Vihekauff“ von Adam Ries.
O2	Ein Diophantisches Problem modifizieren.	Du findest andere Preise, mit denen die Aufgabe „100 Tiere für 100 Gulden“ lösbar ist und gibst eine Lösung an.

Kommentar für Lehrpersonen

Zur Sache: 1522 veröffentlichte Adam Ries die Aufgabe „Vihekauff“, ein für den experimentellen Umgang mit Diophantischen Gleichung ergiebiges Problem. Anhand dieser Aufgabe werden hier Vereinfachungen durch Modifikation der Bedingungen untersucht und ein grafischer Lösungsansatz angewendet.

Zur Inszenierung: Inhaltlich braucht diese MBU keine besondere Vorentlastung. Eine Einführung zu Person und Werk des Adam Ries kann aber dieser MBU einen schönen Rahmen geben.

Mögliche Lösungen



10 Tiere (2 Arten) für 10 G.

2 Ochsen, 8 Ziegen

a



5 Schweine, 5 Kälber

b



6 Schweine, 4 Ziegen

c



10 Tiere (3 Arten) für 10 G.

1 Ochse, 3 Schweine, 6 Ziegen



20 Tiere (3 Arten) für 20 G.

3 Ochse, 3 Schweine, 14 Ziegen

11 Schweine, 5 Kälber, 4 Ziegen

„Unlösungen“:

10 T. (4 Arten) nicht für 10 G.



Nicht 10 T. (4 Arten) für 10 G.



Lösung:

10 Tiere (4 Arten) für 10 G.



Aus dem letzten Beispiel kann eine Lösung für die Originalaufgabe gewonnen werden:

10 Ochsen (40 G.), 20 Schweine (30 G.), 50 Kälber (25 G.), 20 Ziegen (5 G.): 100 Tiere für 100 Gulden

Weitere Lösungen ergeben sich z.B. durch Kombinieren von Lösungen für vereinfachte Varianten, etwa (oben) $2a + 3b + 5c$:

4 Ochsen (16 G.), 45 Schweine (67,5 G.), 15 Kälber (7,5 G.), 36 Ziegen (9 G.)

O2

Beispiele mit anderen Preisen:

10 Ochsen zu 2,6 G., 25 Schweine zu 1,2 G., 25 Kälber zu 0,8 G., 40 Ziegen zu 0,6 G.

10 Ochsen zu 3 G., 50 Schweine zu 1 G., 20 Kälber zu $\frac{2}{3}$ G., 20 Ziegen zu $\frac{1}{3}$ G.

		Zu den Kriterien	Kompetenzen LP21	Förderansatz
elementar	Z	x Tiere für x Gulden für alle x gültig (z.B. 5 Tiere für 5 Gulden).	Erforschen und Argumentieren	Von Anfang an im Modell arbeiten. Mit Schweinen und Kälbern experimentieren (2 für 2, usw.). Mit Ochsen und Ziegen experimentieren (5 für 5, usw.).
Eher einfach	U1	Die Lösungen müssen unabhängig sein (z.B. nicht 10. + 4Z., 20. + 8Z.).	Erforschen und Argumentieren	Im Modell arbeiten (Einheitsflächen aus Papier oder Computerzeichnung).
	U2	Die Zeichnungen müssen nicht kommentiert sein.	Mathematisieren und Darstellen	Mit Einheitsflächen aus Karton in einem Raster verschiedene Fälle darstellen und beschreiben.
anspruchsvoll	O1	Lösung in Worten oder gezeichnet. Ausrechnung nicht nötig.	Erforschen und Argumentieren	Lösungen von vereinfachten Varianten kombinieren (vgl. Lösung bei O1).
	O2	Die Angabe der Lösung in Worten (Anzahl und Preis) oder gezeichnet genügt.	Erforschen und Argumentieren	Klären, dass Stückpreise >1 und Stückpreise <1 nötig sind. Mit einfachen Dezimalbrüchen experimentieren.